

Hoja de ejercicios 4

A resolver el 24 de marzo de 2006

Ejercicio 1. Considere una economía poblada por muchas familias idénticas con preferencias dadas por

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u[c(t)]$$

donde c es el consumo per cápita y γ es un número positivo. En particular,

$$u[c(t)] = \frac{c(t)^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}, \text{ para } \gamma > 0, \gamma \neq 1,$$

$$u[c(t)] = \ln[c(t)], \text{ para } \gamma = 1.$$

La función de producción de la economía está dada por

$$Y(t) = K(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha}$$

donde $0 < \alpha < 1$, K denota capital y L denota trabajo. La población crece a una tasa n y el capital se deprecia a una tasa δ . Nótese que no hay progreso técnico. El capital agregado inicial en el momento 0 es $K(0)$ y la población inicial es $L(0)$.

- (a) Utilice la regla de L'Hopital para demostrar que $u[c(t)] = \ln[c(t)]$ cuando $\gamma = 1$.
- (b) Escriba el problema del Planificador Social en términos per cápita.
- (c) Caracterice la solución al problema del Planificador Social como dos ecuaciones en diferencias en $c(t)$ y $k(t)$ junto con dos condiciones de contorno.
- (d) Exprese el capital y el consumo del estado estacionario en términos de los parámetros de la economía (esto es, $\beta, \gamma, \alpha, \delta, n$) ¿Dependen el consumo y el capital del estado estacionario del nivel de capital per cápita inicial de la economía, $k(0)$?
- (e) Calcule el capital per cápita de la regla de oro y compare con el capital per cápita del estado estacionario de esta economía (regla de oro modificada).
- (f) Suponga que existen dos economías. La primera economía se caracteriza por tener un parámetro $\gamma = \gamma_1$. La segunda tiene un parámetro $\gamma = \gamma_2$ con $\gamma_1 > \gamma_2 > 0$. ¿Se diferencian estas dos economías en el largo plazo?
- (g) Dibujar aproximadamente las trayectorias de silla correspondientes a $\gamma = \gamma_1$ y $\gamma = \gamma_2$. Comparar estas dos trayectorias de silla.