Macroeconomia Avanzada II
Curso 2005-2006

Hoja de ejercicios 6
A resolver el 21 de abril de 2006

Ejercicio 1. La desaceleración de la productividad y el ahorro

Considere una economía como la descrita en el modelo de Ramsey-Cass-Koopmans. La población $[L(t)]$ crece a la tasa n. El nivel de eficiencia del trabajo $[E(t)]$ crece a la tasa g. Si un individuo consume la cantidad z, su utilidad instantánea viene representada por la función

$$u(z) = \frac{z^{1-\theta} - 1}{1 - \theta}.$$

La economía empieza con un stock de capital agregado $K(0) = K_0$, dado. Defina con letras mayúsculas variables agregadas de la economía y con minúsculas las variables por unidad de eficiencia. Por lo tanto, para cada variable $X(t)$, las variables per cápita se calculan como $X(t)/L(t)$.

a. Escriba el problema de decisión del Planificador Social

b. Caracterice la solución del Problema del Planificador Social como un sistema de ecuaciones en diferencias en k y c. Escriba las condiciones de contorno de dicho sistema de ecuaciones diferenciales, esto es, las condiciones que nos permiten encontrar una solución particular al sistema de ecuaciones en diferencias.

Suponga que la economía se encuentra en su senda de crecimiento sostenido desde el período 0. En un período $T_2 > 0$ el nivel de productividad del trabajo, $E(T)$, disminuye de forma inesperada y permanente. Esto quiere decir que nadie anticipa el cambio en E hasta que llega el momento T_2 y cuando llega, los agentes reconocen que va a permanecer para siempre.

c. ¿Qué efecto tiene este acontecimiento sobre la curva $\Delta k = 0$ (si es que lo tiene)?

d. ¿Qué efecto tiene este acontecimiento sobre la curva $\Delta c = 0$ (si es que lo tiene)?

e. ¿Qué sucede con c en el momento del cambio? ¿Qué sucede con k en el momento del cambio?

f. Represente la evolución temporal del nivel tecnológico, del consumo per cápita y del capital per cápita. [Nota: Para responder a esta pregunta analice el cambio en el diagrama de fases y traslade esa información a un gráfico donde represente en el eje horizontal el tiempo desde 0 hasta el infinito y en el vertical el logaritmo del nivel tecnológico, del consumo o del capital per cápita]

Suponga que la economía se encuentra en su senda de crecimiento sostenido desde el período 0. En vez de un cambio en el nivel tecnológico, suponga que en el período $T_2 > 0$ es la tasa de crecimiento de la productividad, g, la que disminuye.

g. ¿Qué efecto tiene este acontecimiento sobre la curva $\Delta k = 0$ (si es que lo tiene)?

h. ¿Qué efecto tiene este acontecimiento sobre la curva $\Delta c = 0$ (si es que lo tiene)?

A continuación analizaremos el efecto del cambio en g sobre el consumo y capital per cápita. Para ello analizaremos 4 casos. En el primer caso, vamos a suponer que el cambio es inesperado y permanente. Esto quiere decir que nadie anticipa el cambio en g hasta que llega el momento T_2 y cuando llega, los agentes reconocen que va a permanecer para siempre?

i. ¿Qué sucede con c en el momento del cambio? ¿Qué sucede con k en el momento del cambio?

j. Represente la evolución temporal del nivel tecnológico, del consumo per cápita y del capital per cápita. [La misma nota del apartado (f) aplica aquí.] Compare con su respuesta en el apartado (f)

En el segundo caso, vamos a suponer que el cambio es esperado y permanente. Esto quiere decir que en un período anterior a T_2, por ejemplo $T_1 < T_2$, aparece la información que en el período T_2 va a ocurrir el cambio. Además, los agentes reconocen que el cambio va a permanecer para siempre

k. ¿Qué sucede con c en el momento del cambio? ¿Qué sucede con k en el momento del cambio?

l. Represente la evolución temporal del nivel tecnológico, del consumo per cápita y del capital per cápita. [La misma nota del apartado (f) aplica aquí.] Compare con su respuesta en el apartado (j)

En el tercer caso, vamos a suponer que el cambio es inesperado y transitorio. Esto quiere decir que nadie anticipa el cambio hasta que llega el momento T_2. Sin embargo, cuando llega, los agentes reconocen que en un período posterior $T_3 > T_2$ la tasa de crecimiento de la tecnología g va a volver al nivel inicial.

m. ¿Qué sucede con c en el momento del cambio? ¿Qué sucede con k en el momento del cambio?

n. Represente la evolución temporal del nivel tecnológico, del consumo per cápita y del capital per cápita. [La misma nota del apartado (f) aplica aquí.] Compare con su respuesta en el apartado (j)

Por último, vamos a suponer que el cambio es esperado y transitorio. Esto quiere decir que en un período anterior a T_2, por ejemplo $T_1 < T_2$, aparece la información que en el período T_2 va a ocurrir el cambio. Además, los agentes reconocen que en un período posterior $T_3 > T_2$ la tasa de crecimiento de la tecnología g va a volver al nivel inicial.

ñ. ¿Qué sucede con c en el momento del cambio? ¿Qué sucede con k en el momento del cambio?

o. Represente la evolución temporal del nivel tecnológico, del consumo per cápita y del capital per cápita. [La misma nota del apartado (f) aplica aquí.] Compare con su respuesta en el apartado (j)