

**Hoja de ejercicios 7**  
A resolver el 28 de abril de 2006

**Ejercicio 1. El papel de los mercados financieros**

Considere el modelo de Ramsey-Cass-Koopmans de horizonte infinito y tiempo discreto. La tasa de crecimiento de la población es  $n = 0$ . Cada agente tiene una tasa de descuento intertemporal de  $0 < \beta < 1$ . No hay crecimiento exógeno de la productividad ( $g = 0$ ). Cada agente de esta economía tiene unas preferencias iguales a

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln [c(t)]$$

donde  $u$  es una función estrictamente creciente y cóncava y  $c$  es consumo per cápita.

En primer lugar, suponga que este individuo vive aislado. En cada período  $t$ , este agente dispone de una unidad de tiempo que le reporta siempre la misma cantidad de bienes  $y(t) = y$ . Como vive aislado, no puede ahorrar ni pedir prestado, por lo que está restringido a consumir su renta en cada período. Esto implica que  $c(t) = y$ , para todo  $t$ .

Suponga ahora que este agente sigue viviendo solo pero que aprende una técnica para almacenar parte de los bienes que produce. La variable  $a(t)$  representa la cantidad de bienes que tiene almacenados en el período  $t$  y  $a(t+1) - a(t)$  es el cambio que experimenta las existencias almacenadas entre el período  $t$  y el período  $t+1$ . Suponga además que, por culpa del mal tiempo y de animales, una fracción  $\delta$  de lo que almacena se queda inservible. Por último, suponga que este agente comienza con el almacén vacío por lo que  $a(0) = 0$ .

- a. Escriba el problema de decisión del consumidor incluyendo todas las restricciones que  $c(t)$  y  $a(t)$  han de cumplir.
- b. Caracterice la solución del problema del consumidor como un sistema de ecuaciones en diferencias en  $a$  y  $c$ . Escriba las condiciones de contorno de dicho sistema de ecuaciones en diferencias, esto es, las condiciones que nos permiten encontrar una solución particular al sistema de ecuaciones en diferencias.

**c.** Haga un diagrama de fases en el espacio  $(a, c)$ . Represente en el gráfico la trayectoria de consumo y almacenaje que resuelve el problema del consumidor.

Finalmente, suponga que este individuo se pone en contacto con una entidad financiera. Esta entidad, le permite prestar y pedir prestado al tipo de interés constante  $r(t) = r > 0$ . Ahora la variable  $a(t)$  representa la posición activa (si es positiva) o pasiva (si es negativa) del agente con respecto a la entidad financiera en el período  $t$  y  $a(t+1) - a(t)$  es el cambio en dicha posición entre los períodos  $t$  y  $t+1$ . El agente comienza con una posición igual a 0,  $a(0) = 0$ .

**d.** Escriba el problema de decisión del consumidor incluyendo todas las restricciones que  $c(t)$  y  $a(t)$  han de cumplir.

**e.** Caracterice la solución del problema del consumidor como un sistema de ecuaciones en diferencias en  $a$  y  $c$ . Escriba las condiciones de contorno de dicho sistema de ecuaciones en diferencias, esto es, las condiciones que nos permiten encontrar una solución particular al sistema de ecuaciones en diferencias.

**f.** Haga un diagrama de fases en el espacio  $(a, c)$ . Represente en el gráfico la trayectoria de consumo y activos que resuelve el problema del consumidor. Compare con su respuesta en el apartado (c). En particular, compare los niveles de bienestar de este agente cuando vive solo y  $c(t) = y$  para todo  $t$ , cuando vive solo pero es capaz de almacenar bienes y cuando tiene acceso a una institución financiera.