

Hoja de ejercicios 10

A resolver el 19 de mayo de 2006

Ejercicio 1. Transferencias en el modelo de Ramsey

Considere el modelo de Ramsey-Cass-Koopmans con sector público. Cada familia tiene una tasa de descuento intertemporal de $0 < \beta < 1$ y toma decisiones para maximizar su función de utilidad

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u[c(t)].$$

La función de producción intensiva (per cápita) es $f(k)$, donde k representa el capital per cápita. El capital se deprecia a una tasa $\delta > 0$. No hay crecimiento tecnológico.

En esta economía viven $L(t)$ individuos en el momento t . Se supone que la población crece a la tasa $n > 0$. La política fiscal del gobierno consiste en recaudar impuestos para repartir transferencias. Sea $x_i(t)$ la cantidad de impuestos que el individuo i paga en el período t , donde el índice i va desde 0 a $L(t)$. El gobierno recauda, por tanto, una cantidad de impuestos en la economía igual a

$$\sum_{i=0}^{L(t)} x_i(t).$$

Esta recaudación se divide entre el número de habitantes y repartida por igual a todos los agentes que viven en la economía en forma de transferencias. Sea $d_i(t)$ la transferencia obtenida por lo que al individuo i en el momento t . Esta transferencia es igual a

$$d_i(t) = \frac{\sum_{i=0}^{L(t)} x_i(t)}{L(t)}.$$

Nótese que en este ejercicio, d no denota gasto público en bienes sino transferencias de renta.

Suponga que los impuestos que paga cada individuo (en particular, el individuo i) son de suma fija, por lo que no dependen de las decisiones que toma.

- a.** Escriba el problema de decisión del individuo i .
- b.** Caracterice la solución del problema de decisión del individuo i como un sistema de ecuaciones en diferencias en c (consumo) y a (activos). Escriba las condiciones de contorno de dicho sistema de ecuaciones en diferencias, esto es, las condiciones que nos permiten encontrar una solución particular al sistema de ecuaciones.
- c.** Suponga que todos los individuos de esta economía son idénticos. Defina un equilibrio competitivo, incluyendo la restricción presupuestaria del gobierno.
- d.** Resuma las ecuaciones que caracterizan el equilibrio competitivo en un sistema de ecuaciones diferenciales en c (consumo) y k (capital). ¿Coincide la asignación del equilibrio competitivo con la asignación óptima?
- Ahora suponga que, en vez de utilizar impuestos de suma fija, el gobierno recauda una proporción τ de la renta total de cada agente. Igual que antes, el gobierno divide la recaudación entre todos los agentes y la reparte como transferencias.
- e.** Escriba el problema de decisión del individuo i .
- f.** Caracterice la solución del problema de decisión del individuo i como un sistema de ecuaciones en diferencias en c (consumo) y z (activos). Escriba las condiciones de contorno de dicho sistema de ecuaciones en diferencias, esto es, las condiciones que nos permiten encontrar una solución particular al sistema de ecuaciones.
- g.** Suponga que todos los individuos de esta economía son idénticos. Defina un equilibrio competitivo, incluyendo la restricción presupuestaria del gobierno.
- h.** Resuma las ecuaciones que caracterizan el equilibrio competitivo en un sistema de ecuaciones en diferencias en c (consumo) y k (capital). ¿Es el mismo que el del apartado (d)? Explique las diferencias, si existen.