Macroeconomia Avanzada II
Curso 2005-2006

Hoja de ejercicios 11

A resolver el 26 de mayo de 2006

Ejercicio 1. Efecto de impuestos distorsionadores

Considere el modelo de Ramsey-Cass-Koopmans de horizonte infinito y tiempo discreto. La tasa de crecimiento de la población es $n > 0$. Cada agente tiene una tasa de descuento intertemporal de $0 < \beta < 1$. La función de producción intensiva (per cápita) es $f(k)$, donde k representa el capital per cápita. El capital se deprecia a una tasa $\delta > 0$. El gobierno gasta una cantidad constante $d(t) = d$ *per cápita* y obliga a los agentes a pagar impuestos $x(t)$ *per cápita.* Todo el gasto se financia con impuestos por lo que no hay deuda pública. No hay crecimiento exógeno de la productividad. El Planificador Social de esta economía tiene unas preferencias que coinciden con la de cada individuo de la economía iguales a

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ u(c(t)) + v(d(t)) \right\}.$$

a. Escriba el problema de decisión del Planificador Social.

b. Caracterice la solución del Problema del Planificador Social como un sistema de ecuaciones en diferencias en k y c. Escriba las condiciones de contorno de dicho sistema de ecuaciones en diferencias, esto es, las condiciones que nos permiten encontrar una solución particular al sistema de ecuaciones.

c. Defina un equilibrio competitivo para esta economía.

b. Caracterice la solución del equilibrio competitivo como un sistema de ecuaciones en diferencias en k y c. Compare la asignación que resuelve el Problema del Planificador Social con la asignación del equilibrio competitivo.

Ahora vamos a analizar el efecto que tiene un cambio en la política fiscal del gobierno. Suponga que esta economía desde el momento 0 (puede pensar en el momento 0 como el principio del año 2000) se encuentra en el estado estacionario asociado a la financiación del gasto con impuestos de *suma fija.* En un período, al que llamaremos t_2 el gobierno decide cambiar de forma *permanente* el impuesto de suma fija por un impuesto proporcional sobre la renta. Sea τ el tipo impositivo que le permite al gobierno recaudar la cantidad d per cápita.

d. Defina un equilibrio competitivo para la economía con impuestos proporcionales.

e. Caracterice la solución del equilibrio competitivo con impuestos proporcionales como un sistema de ecuaciones en diferencias en k y c. Compare la asignación que resuelve el Problema del Planificador Social con la asignación del equilibrio competitivo.

f. Imagine que la economía no sabe que los impuestos van a cambiar. Analice la evolución del capital per cápita, el consumo per cápita, el tipo de interés y los salarios desde el momento 0 hasta ∞.

g. Suponga ahora que en un momento $t_1 < t_2$ aparece la noticia de que en el momento t_2 (principio del año 2002) van a cambiar. Analice la evolución del capital per cápita, el consumo per cápita, el tipo de interés y los salarios desde el momento 0 hasta ∞. ¿Es diferente a la del apartado (d)?

Ejercicio 2. Modelo de generaciones solapadas

Considere una economía cerrada donde cada período nace una generación de individuos. El tamaño de cada generación es constante, es decir. $L_{t+1} = L_t = L$ para todo t. Los individuos viven dos períodos y nacen con una unidad de tiempo que ofrecen inelásticamente en el mercado de trabajo durante el primer período de vida. En el segundo período de vida los individuos están jubilados y no trabajan.

Las preferencias de un individuo nacido en t se representan con la función de utilidad

$$\ln(c_{1t}) + \beta \ln(c_{2t+1}),$$

donde c_{1t} es el consumo de joven y c_{2t+1} es el consumo de viejo de un individuo nacido en el período t. El parámetro $0 < \beta < 1$ es la tasa de descuento intertemporal de la utilidad. Los jóvenes pueden ahorrar para financiar su consumo de viejo. La tasa de interés del ahorro que se acumula para estar disponible en el momento $t + 1$ es R_{t+1} (los jóvenes también pueden endeudarse).

En esta economía existe un único bien final que se puede dedicar a consumo o a inversión en capital físico. El bien final se produce utilizando capital y trabajo. La función de producción es $Y_t = K_t^\alpha L^{1-\alpha}$ por lo que no existe progreso tegcnológico. En esta función de producción $\alpha \in (0, 1)$ es la participación de las rentas del capital y K_t es el stock de capital en el período t. El capital se deprecia a la tasa constante $\delta = 1$. El precio de utilizar la mano de obra es de w_t por trabajador. El precio de utilizar el capital durante un período es de r_t. Tanto el mercado del bien final como los mercados de factores son perfectamente competitivos.

a. Escriba el problema de optimización del joven nacido en t expresando todas las variables en términos de unidades de trabajo efectivo. Escriba el Lagrangiano de este problema y obtenga los valores óptimos para c_{1t}, c_{2t+1} y s_{t+1}.

b. Escriba el problema de la empresa. Resuelva el problema y obtenga los precios de equilibrio del capital y del trabajo.

c. ¿Cuál es el ahorro agregado de la economía en el período t? ¿Cuál es el consumo agregado en el período t?

d. Defina el equilibrio competitivo en este modelo. Obtenga una ecuación en diferencias de primer orden que caracterice la trayectoria del capital per cápita en el equilibrio.

e. Obtenga una expresión para el capital per cápita del equilibrio estacionario. Describa como se ve afectado dicho stock de capital ante cambios en cada uno de los parámetros δ, n, ρ, g. Razone su respuesta.

f. Considere el equilibrio estacionario. ¿Cuál es la tasa de crecimiento del producto y del capital agregado? ¿Cuál es la tasa de crecimiento del producto per cápita y del capital per cápita?