Macroeconomia Avanzada II
Curso 2005-2006

Hoja de ejercicios 11
(Soluciones)

Ejercicio 1. Efecto de impuestos distorsionadores

Considere el modelo de Ramsey-Cass-Koopmans de horizonte infinito y tiempo discreto. La tasa de crecimiento de la población es $n > 0$. Cada agente tiene una tasa de descuento intertemporal de $0 < \beta < 1$. La función de producción intensiva (per cápita) es $f(k)$, donde k representa el capital per cápita. El capital se deprecia a una tasa $\delta > 0$. El gobierno gasta una cantidad constante $d(t) = d$ *per cápita* y obliga a los agentes a pagar impuestos $x(t)$ *per cápita.* Todo el gasto se financia con impuestos por lo que no hay deuda pública. No hay crecimiento exógeno de la productividad. El Planificador Social de esta economía tiene unas preferencias que coinciden con la de cada individuo de la economía iguales a

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{u(c(t)) + v(d(t))\}.$$

a. Escriba el problema de decisión del Planificador Social.

b. Caracterice la solución del Problema del Planificador Social como un sistema de ecuaciones en diferencias en k y c. Escriba las condiciones de contorno de dicho sistema de ecuaciones en diferencias, esto es, las condiciones que nos permiten encontrar una solución particular al sistema de ecuaciones.

c. Defina un equilibrio competitivo para esta economía.

d. Caracterice la solución del equilibrio competitivo como un sistema de ecuaciones en diferencias en k y c. Compare la asignación que resuelve el Problema del Planificador Social con la asignación del equilibrio competitivo.

Ahora vamos a analizar el efecto que tiene un cambio en la política fiscal del gobierno. Suponga que esta economía desde el momento 0 (puede pensar en el momento 0 como el principio del año 2000) se encuentra en el estado estacionario asociado a la financiación del gasto con impuestos de *suma fija.* En un período, al que llamaremos t_2 el gobierno decide cambiar de forma *permanente* el impuesto de suma fija por un impuesto proporcional sobre la renta. Sea τ el tipo impositivo que le permite al gobierno recaudar la cantidad d per cápita.

e. Defina un equilibrio competitivo para la economía con impuestos proporcionales.

f. Caracterice la solución del equilibrio competitivo con impuestos proporcionales como un sistema de ecuaciones en diferencias en k y c. Compare la asignación que resuelve el Problema del Planificador Social con la asignación del equilibrio competitivo.

g. Imagine que la economía no sabe que los impuestos van a cambiar. Analice la evolución del capital per cápita, el consumo per cápita, el tipo de interés y los salarios desde el momento 0 hasta ∞.

h. Suponga ahora que en un momento $t_1 < t_2$ aparece la noticia de que en el momento t_2 (principio del año 2002) van a cambiar. Analice la evolución del capital per cápita, el consumo per cápita, el tipo de interés y los salarios desde el momento 0 hasta ∞. ¿Es diferente a la del apartado (d)?

Soluciones

a. El Planificador Social resuelve el siguiente problema de decisión: dado $\{d(t)\}$ elegir $\{c(t),\, k(t)\}$ para maximizar

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ u(c(t)) + v(d(t)) \right\}$$

sujeto a las restricciones

$$\begin{gathered} c(t) + (1+n)k(t+1) - (1-\delta)k(t) + d(t) = f\left[k(t)\right] \\ k(0) = k_0;\ \ c\left(t\right), k\left(t\right) \geq 0 \end{gathered}$$

b. Para resolver el problema escribimos el Lagrangiano como

$$\begin{aligned} L\left[\{c(t), a(t), \lambda(t)\}_{t=0}^{\infty}\right] \;\; = \;\; & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ u(c(t)) + v(d(t)) - \right. \\ & \left. -\lambda(t) \left[c(t) + (1+n)k(t+1) - (1-\delta)k(t) + d(t) - f\left[k(t)\right] \right] \right\}. \end{aligned}$$

Las condiciones necesarias (y suficientes en este caso) son:

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial c(t)} = \beta^t \left[u'\left[c(t)\right] - \lambda(t) \right] = 0$$

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial k(t+1)} = -\beta^t(1+n)\lambda(t) + \beta^{t+1}\lambda(t+1)\left[1-\delta+f'\left(k(t+1)\right)\right] = 0$$

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial \lambda(t)} = \beta^t\left[c(t)+(1+n)k(t+1)-(1-\delta)k(t)+d(t)-f\left[k(t)\right]\right] = 0.$$

Estas ecuaciones se pueden resumir en

$$u'\left[c(t)\right] = \beta u'\left[c(t+1)\right]\left[1-\delta+f'\left(k(t+1)\right)\right] \tag{B1}$$

$$c(t)+(1+n)k(t+1)-(1-\delta)k(t)+d(t) = f\left[k(t)\right]. \tag{B2}$$

Las condiciones de contorno son la condición inicial

$$k(0) = k_0 \text{ dado}, \tag{B3}$$

y la condición de transversalidad

$$\lim_{t\to\infty} \beta^t u'\left[c(t)\right]k(t) = 0. \tag{B4}$$

c. Un equilibrio competitivo es una política fiscal $\{d(t), x(t)\}_{t=0}^{\infty}$ una asignación $\{a(t), c(t), k(t)\}_{t=0}^{\infty}$ y precios $\{w(t), r(t), R(t)\}_{t=0}^{\infty}$ tales que:

1. La secuencia $\{a(t), c(t)\}_{t=0}^{\infty}$ resuelve el problema del consumidor dados los precios $\{w(t), R(t)\}_{t=0}^{\infty}$ y la política fiscal $\{d(t), x(t)\}_{t=0}^{\infty}$.
2. Las empresas maximizan beneficios. Es decir,

$$f'[k(t)] = r(t) \tag{C1}$$

$$f[k(t)] - f'[k(t)]k(t) = w(t) \tag{C2}$$

3. No hay arbitraje entre las distintas formas de inversión:

$$R(t) = r(t) - \delta \tag{C3}$$

4. Los mercados se vacían:

$$c(t)+(1+n)k(t+1)-(1-\delta)k(t)+d(t) = f\left[k(t)\right], \tag{C4}$$

$$a(t) = k(t), \tag{C5}$$

5. Se cumple la restricción presupuestaria del gobierno

$$d(t) = x(t) \tag{C6}$$

d. El problema que ha de resolver el agente es elegir la secuencia $\{c(t), a(t)\}_{t=0}^{\infty}$ para maximizar su función objetivo

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ u(c(t)) + v(d(t)) \right\},$$

sujeto a la restricción

$$c(t) + (1+n)a(t+1) \leq w(t) - x(t) + (1 + R(t))a(t)$$

$$c(t) \geq 0,$$

$$a(0) = a_0 \text{ dado.}$$

Para resolver el problema del consumidor escribimos el Lagrangiano como

$$L\left[\{c(t), a(t), \lambda(t)\}_{t=0}^{\infty}\right] = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ u(c(t)) + v(d(t)) - \lambda(t) \left[c(t) + (1+n)a(t+1) - w(t) + x(t) - \right.\right.$$

Las condiciones necesarias (y suficientes en este caso) son:

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial c(t)} = \beta^t \left[u'\left[c(t)\right] - \lambda(t) \right] = 0$$

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial a(t+1)} = -\beta^t (1+n)\lambda(t) + \beta^{t+1}\lambda(t+1)[1 + R(t+1)] = 0$$

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial \lambda(t)} = \beta^t \left[w(t) - x(t) + (1 + R(t))a(t) - c(t) - (1+n)a(t+1) \right] = 0.$$

Estas ecuaciones se pueden resumir en

$$u'\left[c(t)\right] = \lambda(t)$$

$$\lambda(t) = \beta\lambda(t+1)[1 + R(t+1) - n],$$

$$w(t) - x(t) + (1 + R(t))a(t) = c(t) + (1+n)a(t+1).$$

Sustituyendo λ en la segunda ecuación, aparece el sistema en diferencias en c y a. En el caso que $a(t) > 0$,

$$u'[c(t)] = \beta u'[c(t+1)][1 + R(t+1) - n] \tag{D1}$$

$$w(t) - x(t) + (1 + R(t))a(t) = c(t) + (1+n)a(t+1). \tag{D2}$$

Las condiciones de contorno son la condición inicial

$$a(0) = a_0 \text{ dado,} \tag{D3}$$

y la condición de transversalidad

$$\lim_{t\to\infty} \beta^t \lambda(t) a(t) = 0. \tag{D4}$$

Sustituyendo (C3) en la ecuación de no arbitraje obtenemos $R(t) = f'(k(t)) - \delta$. Luego, el valor de $R(t)$ en la ecuación de Euler (D1) obtenemos

$$\frac{u'[c(t)]}{\beta u'[c(t+1)]} = 1 + f'(k(t+1)) - \delta - n. \tag{D5}$$

Esta ecuación junto con la ecuación (C4) forman un sistema de ecuaciones diferenciales en c y k que caracteriza el equilibrio competitivo. Vemos que este equilibrio coincide con la solución que daría un Planificador Social y por tanto es eficiente.

e. Un equilibrio competitivo como una asignación $\{a(t), c(t), k(t)\}$, precios $\{w(t), r(t), R(t)\}$ y política fiscal $\{d_i(t), \tau\}$, tales que:

1. $\{a(t), c(t)\}$ maximizan el problema del consumidor dados los precios y la política fiscal. Es decir, resuelven el sistema de ecuaciones formado por (D1) y (D2) sujeto a las condiciones de contorno (D3) y (D4).

2. Las empresas maximizan beneficios:

$$r(t) = f'(k(t)), \tag{E1}$$
$$w(t) = f(k(t)) - k(t)f'(k(t)). \tag{E2}$$

3. No hay arbitraje entre las distintas formas de inversión:

$$R(t) = r(t) - \delta. \tag{E3}$$

4. El gobierno satisface su restricción presupuestaria

$$\tau\left[R(t)a(t)+w(t)\right]=d.$$

5. Los mercados se vacían:

$$\begin{aligned} c(t)+(1+n)k(t+1)-(1-\delta)k(t)+d(t) &= f(k(t)) \qquad \text{(E4)} \\ a(t) &= k(t). \end{aligned}$$

f. El problema que ha de resolver el agente es elegir la secuencia $\{c(t), a(t)\}_{t=0}^{\infty}$ para maximizar su función objetivo

$$\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left\{u(c(t))+v(d(t))\right\},$$

sujeto a la restricción

$$c(t)+(1+n)a(t+1)-a(t)=(1-\tau)\left[w(t)+R(t)a(t)\right]$$

$$c(t)\geq 0,$$

$$a(0)=a_0 \text{ dado.}$$

Para resolver el problema del consumidor escribimos el Lagrangiano como

$$L\left[\{c(t),a(t),\lambda(t)\}_{t=0}^{\infty}\right]=\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left\{u(c(t))+v(d(t))-\lambda(t)\left[c(t)+(1+n)a(t+1)-a(t)-(1-\tau)\right.\right.$$

Las condiciones necesarias (y suficientes en este caso) son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\cdot)}{\partial c(t)} &= \beta^t\left[u'\left[c(t)\right]-\lambda(t)\right]=0 \\ \frac{\partial L(\cdot)}{\partial a(t+1)} &= -\beta^t(1+n)\lambda(t)+\beta^{t+1}\lambda(t+1)[1+(1-\tau)R(t+1)]=0 \\ \frac{\partial L(\cdot)}{\partial \lambda(t)} &= \beta^t\left[(1-\tau)\left(w(t)+R(t)a(t)\right)-c(t)-(1+n)a(t+1)+a(t)\right]=0. \end{aligned}$$

Estas ecuaciones se pueden resumir en

$$u'\left[c(t)\right]=\lambda(t)$$

$$\lambda(t) = \beta\lambda(t+1)[1+(1-\tau)R(t+1)-n],$$
$$c(t)+(1+n)a(t+1)-a(t) = (1-\tau)\left[w(t)+R(t)a(t)\right].$$

Sustituyendo λ en la segunda ecuación, aparece el sistema en diferencias en c y a. En el caso que $a(t)>0$,

$$u'\left[c(t)\right] = \beta u'\left[c(t+1)\right]\left[1+(1-\tau)R(t+1)-n\right] \tag{F1}$$

$$c(t)+(1+n)a(t+1)-a(t) = (1-\tau)\left[w(t)+R(t)a(t)\right]. \tag{F2}$$

Las condiciones de contorno son la condición inicial

$$a(0) = a_0 \text{ dado,} \tag{F3}$$

y la condición de transversalidad

$$\lim_{t\to\infty} \beta^t \lambda(t)a(t) = 0. \tag{F4}$$

Sustituyendo (E3) en la ecuación de no arbitraje obtenemos $R(t) = f'(k(t)) - \delta$. Luego, el valor de $R(t)$ en la ecuación de Euler (F1) obtenemos

$$\frac{u'\left[c(t)\right]}{\beta u'\left[c(t+1)\right]} = 1+(1-\tau)\left[f'(k(t+1))-\delta\right]-n. \tag{F5}$$

Esta ecuación junto con la ecuación (E4) forman un sistema de ecuaciones diferenciales en c y k que caracteriza el equilibrio competitivo. Vemos que este equilibrio sólo coincide con la solución que daría un Planificador Social cuando $\tau = 0$.

g. Cuando los impuestos pasan de ser no distorsionadores a distorsionadores, la única ecuación que cambia es la condición de Euler que pasa a ser de (D5) a (F5). Vemos que el capital de la regla de oro modificada es menor cuando los impuestos son distorsionadores. El Gráfico 1 muestra el diagrama de fases. Si el cambio es inesperado y permanente, el consumo salta a la nueva trayectoria de sillay converge al nuevo estado estacionario que se caracteriza por menos consumo y menos capital. El Gráfico 2 muestra las series temporales.

h. Si el cambio es esperado, los agentes moverán el consumo en el momento t_1 para estar en la trajectoria de silla en el momento t_2. Nótese que la variación en el consumo es menor porquelos agentes se preocupan por suavizar el consumo. El diagrama de fases y las trayectorias están en los gráficos 3 y 4.

Ejercicio 2. Modelo de generaciones solapadas

Considere una economía cerrada donde cada período nace una generación de individuos. El tamaño de cada generación es constante, es decir. $L_{t+1} = L_t = L$ para todo t. Los individuos viven dos períodos y nacen con una unidad de tiempo que ofrecen inelásticamente en el mercado de trabajo durante el primer período de vida. En el segundo período de vida los individuos están jubilados y no trabajan.

Las preferencias de un individuo nacido en t se representan con la función de utilidad

$$\ln(c_{1t}) + \beta \ln(c_{2t+1}),$$

donde c_{1t} es el consumo de joven y c_{2t+1} es el consumo de viejo de un individuo nacido en el período t. El parámetro $0 < \beta < 1$ es la tasa de descuento intertemporal de la utilidad. Los jóvenes pueden ahorrar para financiar su consumo de viejo. La tasa de interés del ahorro que se acumula para estar disponible en el momento $t+1$ es R_{t+1} (los jóvenes también pueden endeudarse).

En esta economía existe un único bien final que se puede dedicar a consumo o a inversión en capital físico. El bien final se produce utilizando capital y trabajo. La función de producción es $Y_t = K_t^{\alpha} L^{1-\alpha}$ por lo que no existe progreso tegcnológico. En esta función de producción $\alpha \in (0, 1)$ es la participación de las rentas del capital y K_t es el stock de capital en el período t. El capital se deprecia a la tasa constante $\delta = 1$. El precio de utilizar la mano de obra es de w_t por trabajador. El precio de utilizar el capital durante un período es de r_t. Tanto el mercado del bien final como los mercados de factores son perfectamente competitivos.

a. Escriba el problema de optimización del joven nacido en t expresando todas las variables en términos de unidades de trabajo efectivo. Escriba el Lagrangiano de este problema y obtenga los valores óptimos para c_{1t}, c_{2t+1} y s_{t+1}.

b. Escriba el problema de la empresa. Resuelva el problema y obtenga los precios de equilibrio del capital y del trabajo.

c. ¿Cuál es el ahorro agregado de la economía en el período t? ¿Cuál es el consumo agregado en el período t?

d. Defina el equilibrio competitivo en este modelo. Obtenga una ecuación en diferencias de primer orden que caracterice la trayectoria del capital per cápita en el equilibrio.

e. Obtenga una expresión para el capital per cápita del equilibrio estacionario. Describa como se ve afectado dicho stock de capital ante cambios en cada uno de los parámetros δ, n, ρ, g. Razone su respuesta.

f. Considere el equilibrio estacionario. ¿Cuál es la tasa de crecimiento del producto y del capital agregado? ¿Cuál es la tasa de crecimiento del producto per cápita y del capital per cápita?

Soluciones

a. El problema en términos per capita lo podemos escribir como elegir c_{1t} y c_{2t+1} para maximizar

$$\ln(c_{1t}) + \beta \ln(c_{2t+1})$$

sujeto a la restricción presupuestaria intertemporal

$$c_{1t} + \frac{c_{2t+1}}{1 + R_{t+1}} = w_t$$

y las condiciones de no negatividad

$$c_{1t} \geq 0, c_{2t+1} \geq 0.$$

El Lagrangiano de este problema es[1]

$$L(c_{1t}, c_{2t+1}, \lambda) = \ln(c_{1t}) + \beta \ln(c_{2t+1}) + \lambda \left(w_t - c_{1t} - \frac{c_{2t+1}}{1 + R_{t+1}} \right).$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial c_{1t}} &= \frac{1}{c_{1t}} - \lambda = 0, && (1) \\ \frac{\partial L}{\partial c_{2t+1}} &= \frac{\beta}{c_{2t+1}} - \frac{\lambda}{1 + R_{t+1}} = 0, && (2) \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= w_t - c_{1t} - \frac{c_{2t+1}}{1 + R_{t+1}} = 0. && (3) \end{aligned}$$

Despejando λ de la ecuación (1) y sustituyéndolo en (2) obtenemos la ecuación de Euler para $\widehat{c}$ dada por

$$c_{2t+1} = [\beta(1 + R_{t+1})] \, c_{1t}. \qquad (4)$$

[1] No se incluyen las restricciones de no negatividad porque dada la función objetivo el consumo en cada período siempre ser estrictamente positivo.

Luego, sustituyendo c_{2t+1} en (3) se llega a

$$c_{1t} = \frac{1}{1+\beta} w_t \Rightarrow c_{2t+1} = (1 + R_{t+1}) \frac{\beta}{1+\beta} w_t.$$

Así, los valores óptimos de c_{1t}, c_{2t+1} y s_{t+1} son

$$\begin{aligned} c_{1t} &= \frac{1}{1+\beta} w_t, \\ c_{2t+1} &= (1 + R_{t+1}) \frac{\beta}{1+\beta} w_t, \\ s_{t+1} &= w_t - c_{1t} = \frac{\beta}{1+\beta} w_t. \end{aligned}$$

b. La empresa busca maximizar los beneficios

$$\Pi_t = K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} - w_t L_t - r_t K_t,$$

los cuales se pueden escribir en términos per cápita como

$$\pi_t = k_t^{\alpha} - w_t - r_t k_t,$$

Derivando con respecto a k_t e igualando el resultado a cero se obtiene

$$\begin{aligned} r_t &= f'(k_t), \\ w_t &= f(k_t) - f'(k_t) k_t. \end{aligned}$$

c. El ahorro agregado es igual al ahorro individual s_{t+1} multiplicado por el número de jóvenes en t, L_t. Es decir,

$$S_{t+1} = s_{t+1} L_t = \frac{\beta}{1+\beta} w_t L_{t.}$$

El consumo agregado ser la suma del consumo de los jóvenes y de los jubilados:

$$C_t = c_{1t} L_t + c_{2t} L_{t-1} = \frac{1}{1+\beta} w_t L_t + (1 + R_t) \frac{\beta}{1+\beta} w_{t-1} L_{t-1}.$$

d. Un equilibrio competitivo es una asignación $\{c_{1t}, c_{2t+1}, k_t\}_{t=0}^{\infty}$ y una secuencia de precios tal que:

1. $\{c_{1t}, c_{2t+1}\}$ resuelve el problema del apartado (a).

2. $c_{20} = \frac{K_0}{L_0}(1 + R_0)$.

3. Las empresas maximizan beneficios según el apartado (b).

4. No hay arbitraje entre las distintas formas de inversión:

$$R_t = r_t - \delta.$$

5. Los mercados se vacían

$$\begin{aligned} c_{1t}L_t + c_{2t}L_{t-1} + K_{t+1} - (1-\delta)K_t &= F(K_t, L_t), \\ K_t &= L_{t-1}s_t. \end{aligned} \tag{5}$$

Para hallar una ecuación que caracterice la trayectoria del capital por unidad de trabajo efectivo en el equilibrio utilizamos la ecuación de consistencia (5).

$$\begin{aligned} K_{t+1} &= L_t s_{t+1} = \frac{\beta}{1+\beta} w_t L_{t.} \Rightarrow \frac{K_{t+1}}{L_{t.}} = \frac{\beta}{1+\beta} w_t \\ &\Rightarrow \frac{K_{t+1}}{L_{t+1.}} \frac{L_{t+1}}{L_{t.}} = \frac{\beta}{1+\beta} w_t \\ &\Rightarrow k_{1t+1}(1+n) = \frac{\beta}{1+\beta} w_t, \end{aligned}$$

y como en equilibrio $w_t = f(k_t) - f'(k_t)k_t = k_t^\alpha - \alpha k_t^{\alpha-1} k_t = (1-\alpha)k_t^\alpha$, se llega finalmente a

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right) (1-\alpha) k_t^\alpha. \tag{6}$$

e. En el estado estacionario $k_{t+1} = k_t = k_{ss}$ para todo t. Aplicando esta condición en (6) obtenemos que

$$k_{ss} = \left[\frac{1}{(1+n)} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right) (1-\alpha) \right]^{1/(1-\alpha)}.$$

Así, el stock de capital del estado estacionario, k_{ss}, se ve afectado en forma negativa ($k_{ss} \downarrow$) por un aumento de n o disminución de β y no se ve afectado por cambios en δ.

f. Vemos que $k_{t+1} = k_t = k_{ss}$para todo t, y por tanto $f(k_{t+1}) = f(k_t) = f(k_{ss})$ para todo t. Así, la tasa de crecimiento del producto agregado es

$$\frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t} = \frac{L_{t+1}y_{t+1}}{L_t y_t} - 1 = (1+n)\frac{f(k_{t+1})}{f(k_t)} - 1 = (1+n) - 1 = n.$$

La tasa de crecimiento del capital es

$$\frac{K_{t+1} - K_t}{K_t} = \frac{L_{t+1}k_{t+1}}{L_t k_t} - 1 = (1+n) - 1 = n.$$

La tasa de crecimiento del producto per cápita es

$$\frac{\frac{Y_{t+1}}{L_{t+1}} - \frac{Y_t}{L_t}}{\frac{Y_t}{L_t}} = \frac{L_t}{L_{t+1}}\frac{Y_{t+1}}{Y_t} - 1 = \frac{(1+n)}{1+n} - 1 = 0.$$

La tasa de crecimiento del capital per cápita es la misma que la del producto per capita.

Figura 1

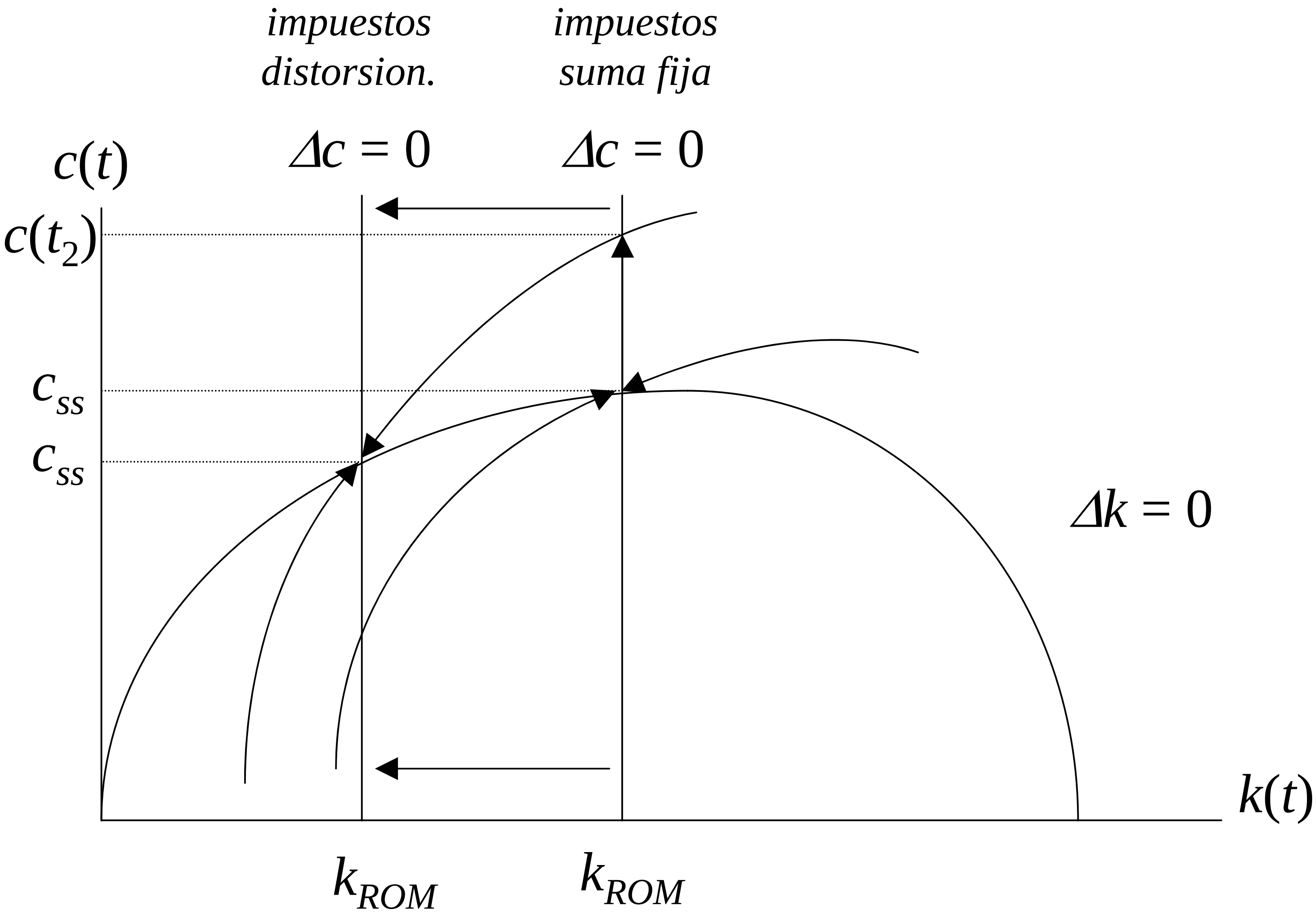
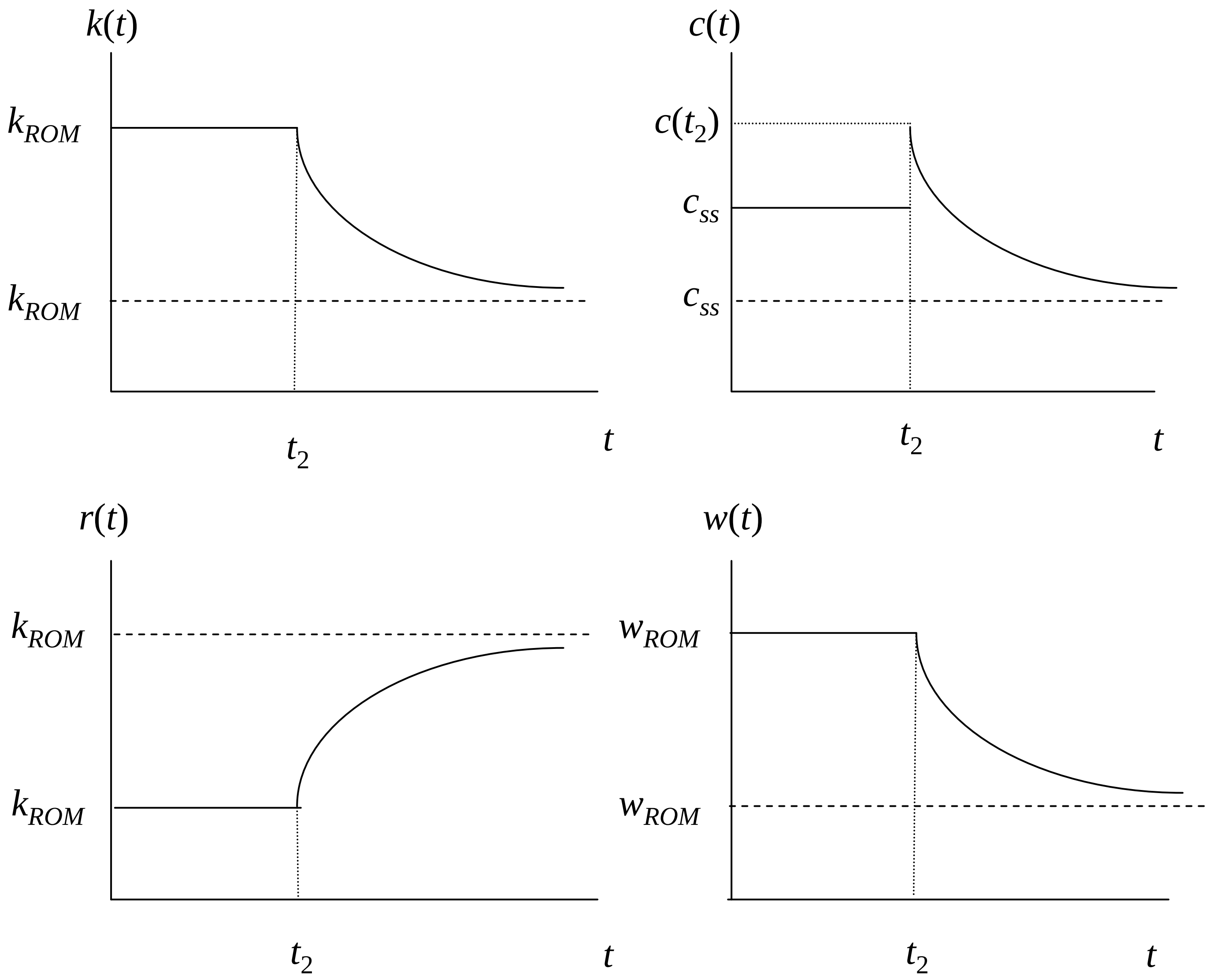
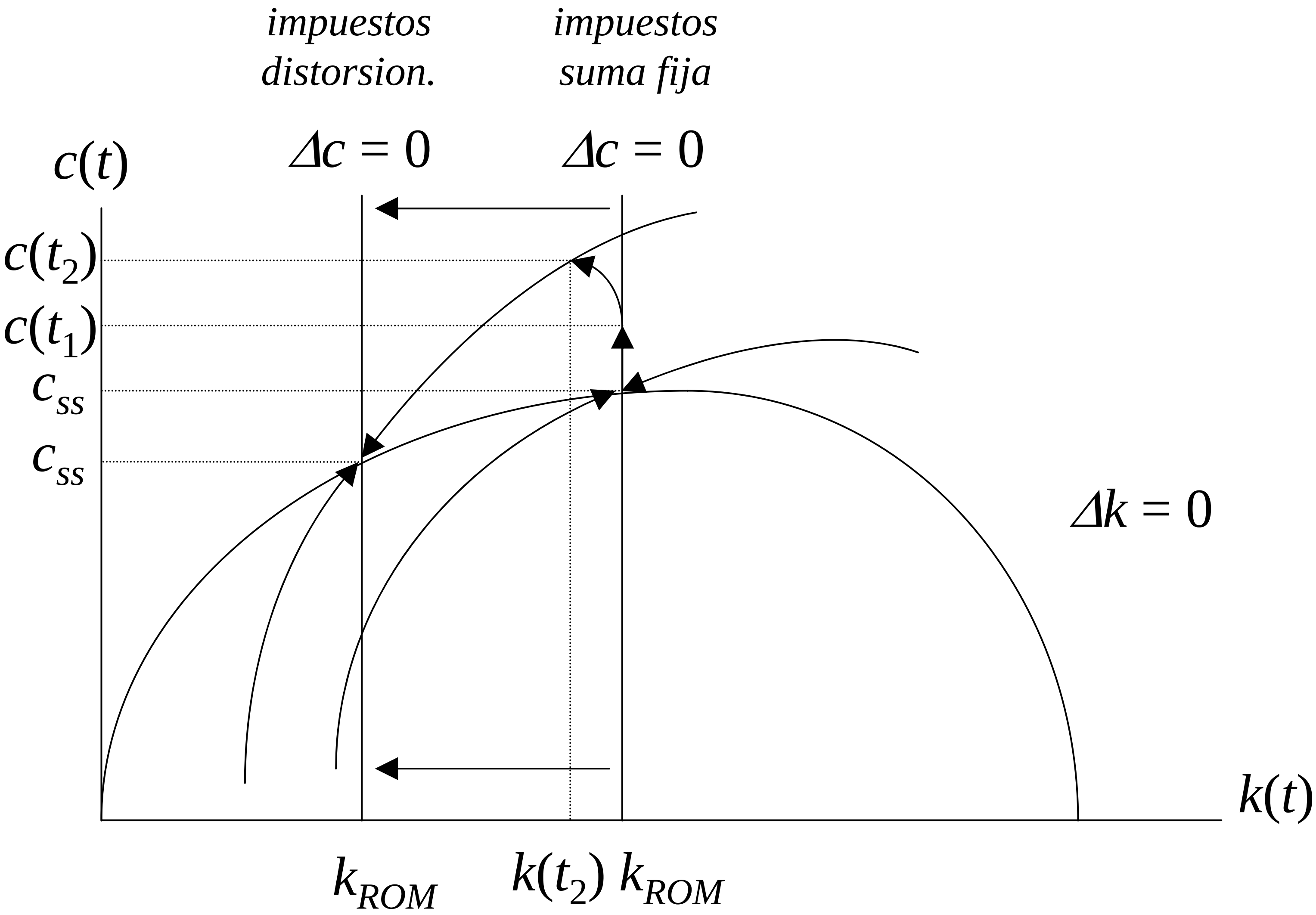

impuestos distorsion.
impuestos suma fija
Δc = 0
Δc = 0
c(t)
c(t2)
css
css
Δk = 0
k(t)
kROM
kROM

Figura 2



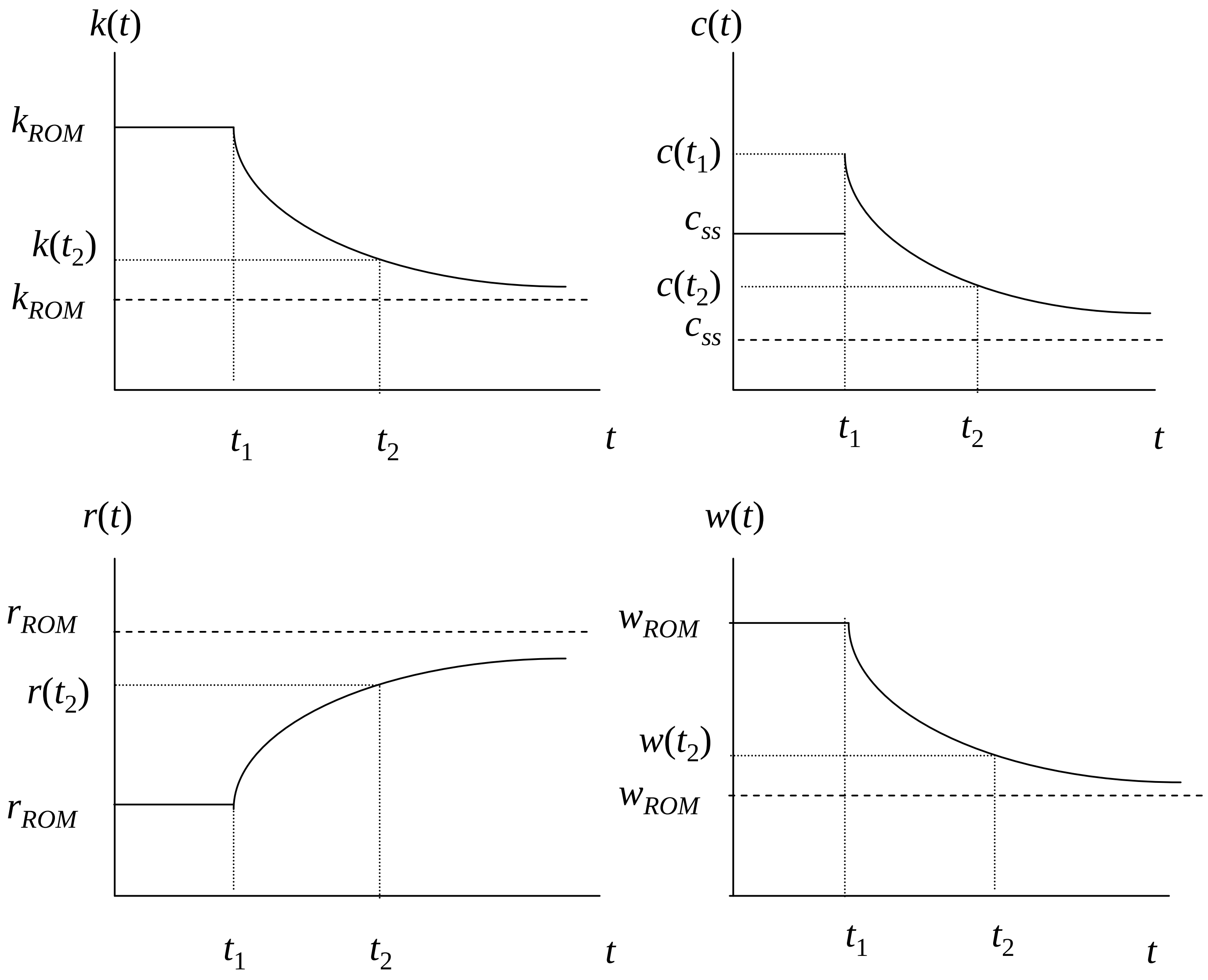
$k(t)$
k_{ROM}
k_{ROM}
t_2
t
$c(t)$
$c(t_2)$
c_{ss}
c_{ss}
t_2
t
$r(t)$
k_{ROM}
k_{ROM}
t_2
t
$w(t)$
w_{ROM}
w_{ROM}
t_2
t

Figura 3



impuestos distorsion.
impuestos suma fija
$\Delta c = 0$
$\Delta c = 0$
$c(t)$
$c(t_2)$
$c(t_1)$
c_{ss}
c_{ss}
$\Delta k = 0$
$k(t)$
k_{ROM}
$k(t_2)$ k_{ROM}

Figura 4


k(t)
k_ROM
k(t_2)
k_ROM
t_1
t_2
t
c(t)
c(t_1)
c_ss
c(t_2)
c_ss
t_1
t_2
t
r(t)
r_ROM
r(t_2)
r_ROM
t_1
t_2
t
w(t)
w_ROM
w(t_2)
w_ROM
t_1
t_2
t